

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
II. FELADAT (30p)

1. Az $M_2(\mathbb{C})$ négyzetes mátrixok halmazában adott a $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$ részhalmaz.

5p a) Igazold, hogy $A + B \in G$, ha $A, B \in G$.

5p b) Igazold, hogy ha $C \in G$ az $a = 5$ és $b = 3$ értékekre kapott mátrix., akkor teljesül a $C^2 = 10C - 16I_2$ összefüggés, ahol $C^2 = C \cdot C$ és $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p c) Határozz meg egy olyan $D \in G$ mátrixot, amelyre teljesül $\det D = 2008$, ha $a, b \in \mathbb{N}$.

2. Adott az $f \in \mathbb{R}[X]$, $f(X) = (X+1)^{2008} - (X-1)^{2008}$ polinom, amelynek algebrai alakja $f = a_{2008}X^{2008} + a_{2007}X^{2007} + \dots + a_1X + a_0$.

5p a) Számítsd ki a_0 .

5p b) Igazold, hogy $f(1) + f(-1)$ páros egész szám.

5p c) Számítsd ki az f polinom valós gyökeit.