

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Az xOy derékszögű koordináta rendszerben adottak az $AB: x+2y-4=0$ és $CA: x-3y-4=0$ egyenletű egyenesek.

5p a) Számítsd ki az A pont koordinátáit.

5p b) Számítsd ki az ABC háromszög területét, ha $A(4,0)$, $B(0,2)$ és $C(1,-1)$.

5p c) Számítsd ki az $a \in \mathbb{R}$ értékét úgy, hogy az $A(4,0)$, $B(0,2)$ és $D(2,a)$ pontok kollineárisak legyenek.

2. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix, valamint az $\mathcal{M}^* = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R}, a > 0 \right\}$ és

$G = \{X \mid X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}), AX = XA\}$ halmazok.

5p a) Igazold, hogy ha $X \in \mathcal{M}$, akkor $\det X \neq 0$.

5p b) Igazold, hogy ha $X \in G$, akkor létezik $x, y \in \mathbb{R}$ úgy, hogy $X = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & x \end{pmatrix}$.

5p c) Igazold, hogy G kommutatív csoport a mátrixok összeadására nézve.