

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Adott az $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$ gyűrű, ahol $\mathbb{Z}_6 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}\}$.

5p a) Oldd meg a $\hat{2}x + \hat{5} = \hat{1}$, $x \in \mathbb{Z}_6$ egyenletet.

5p b) Számítsd ki a $\begin{vmatrix} \hat{1} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{2} & \hat{3} & \hat{1} \\ \hat{3} & \hat{1} & \hat{2} \end{vmatrix}$ determinánst a \mathbb{Z}_6 halmazon.

5p c) Oldd meg az \mathbb{Z}_6 halmazban a $\begin{cases} \hat{2}x + y = \hat{4} \\ x + \hat{2}y = \hat{5} \end{cases}$ egyenletrendszer.

2. Tekintsük a $G = \{A_x \mid x \in \mathbb{Z}\}$ halmazt, ahol $A_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ x & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $x \in \mathbb{Z}$.

5p a) Ellenőrizd, hogy $A_x \cdot A_y = A_{x+y}$, ahol $x, y \in \mathbb{Z}$.

5p b) Határozd meg a (G, \cdot) csoport semleges elemét.

5p c) Igazold, hogy az $f: \mathbb{Z} \rightarrow G$, $f(x) = A_x$ függvény csoportmorfizmus.