

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adottak az  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$  és  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  mátrixok, valamint a  $G = \{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid X^2 = -I_2\}$  mátrixhalmaz, ahol  $X^2 = X \cdot X$ .

5p a) Ellenőrizd, hogy  $A \in G$ .

5p b) Igazold, hogy  $\left(\frac{1}{2}(X + I_2)\right)^2 = \frac{1}{2}X$ , bármely  $X \in G$ .

5p c) Igazold, hogy bármely másodrendű, valós számokból álló négyzetes mátrix, amely teljesíti az  $AX = XA$  összefüggést,  $X = \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$  alakú.

2. Adott az  $f = X^4 + aX^3 + bX + c$  polinom, ahol  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

5p a) Igazold, hogy  $f(1) + f(-1) = 1004$ , ha  $c = 501$ .

5p b) Számítsd ki az  $f$  polinom valós gyökeit, ha  $a = -2$ ,  $b = 2$  és  $c = -1$ .

5p c) Igazold, hogy nincs olyan valós  $a, b, c$  együttható, amelyre az  $f$  osztható a  $g = X^3 - X$  polinommal.