

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ és $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok, valamint a $G = \{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid X^2 = X\}$ mátrixhalmaz, ahol $X^2 = X \cdot X$.

5p a) Ellenőrizd, hogy $A \in G$.

5p b) Számítsd ki $\det(A^3 - 2A^2 + A)$, ahol $A^3 = A \cdot A \cdot A$.

5p c) Igazold, hogy $(2X - I_2)^2 = I_2$, bármely $X \in G$.

2. A valós számok \mathbb{R} halmazán értelmezzük a $x * y = xy - \sqrt{2008}(x + y) + 2008 + \sqrt{2008}$ műveletet, bármely $x, y \in \mathbb{R}$.

5p a) Igazold, hogy $x * y = (x - \sqrt{2008})(y - \sqrt{2008}) + \sqrt{2008}$, bármely $x, y \in \mathbb{R}$.

5p b) Határozd meg a „ $*$ ” művelet semleges elemét a valós számok \mathbb{R} halmazán.

5p c) Számítsd ki $(-\sqrt{2008}) * (-\sqrt{2007}) * \dots * 0 * \dots * (\sqrt{2007}) * (\sqrt{2008})$, ha a „ $*$ ” művelet asszociatív.