

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**II. FELADAT (30p)**

1. Az  $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  halmazban adottak az  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  és  $B = I_3 + A$  mátrixok, ahol  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

**5p** a) Számítsd ki  $A \cdot B$ .

**5p** b) Számítsd ki  $A^2 + A^3$ , ahol  $A^2 = A \cdot A$  és  $A^3 = A^2 \cdot A$ .

**5p** c) Bizonyítsd be, hogy ha  $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  és  $A \cdot X = X \cdot A$ , akkor léteznek az  $a, b, c$  valós számok úgy,

hogy  $X = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & a & b \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$ .

2. Adott az  $f = X^3 + aX^2 + bX + c$ ,  $a, b, c \in \mathbb{R}$  polinom, amelynek gyökei  $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$ .

**5p** a) Számítsd ki a  $c$  valós számot, ha  $f(1) + f(-1) = 2a + 1$ .

**5p** b) Határozd meg az  $f$  polinom valós gyökeit, ha  $a = -3$ ,  $b = 1$ ,  $c = 1$ .

**5p** c) Fejezd ki az  $a, b, c$  valós számok függvényében a  $D = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$  determinánst.