

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Az $\mathcal{M}_3(\mathbb{Z}_8)$ halmazban adottak az $A = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{3} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} & \hat{5} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{2} & \hat{3} & \hat{0} \\ \hat{3} & \hat{7} & \hat{5} \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix}$ mátrixok.

Legyen $X^2 = X \cdot X$, $\forall X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{Z}_8)$.

5p a) Igazold, hogy $A^2 = I_3$.

5p b) Oldd meg az $A \cdot X = I_3$ mátrixegyenletet, ahol $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{Z}_8)$.

5p c) Számítsd ki $(B - A)^2$.

2. A \mathbb{Z} halmazon értelmezzük az $x * y = 3xy + 7x + 7y + 14$ asszociatív műveletet.

5p a) Határozd meg a "*" művelet semleges elemét.

5p b) Oldd meg \mathbb{R} - ben az $x * x \leq -\frac{7}{3}$ egyenlőtlenséget.

5p c) Számítsd ki az invertálható elemeket a "*" műveletre nézve.