

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**II. FELADAT (30p)**

1. Adott az  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & 2 & -3 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$  mátrix. Értelmezzük a  $B = aA + I_3$  mátrixot, ahol  $a \in \mathbb{R}$  rögzített.

5p a) Számítsd ki  $\det(B)$ , ha  $a = 1$ .

5p b) Számítsd ki  $A^2$ , ahol  $A^2 = A \cdot A$ .

5p c) Mutasd ki, hogy  $2B - B^2 = I_3$ , és határozd meg  $B^{-1}$ .

2. A  $\mathbb{R}$  halmazon értelmezzük az  $x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2$  műveletet, bármely  $x$  és  $y$  valós számokra.

5p a) Igazold, hogy  $x \circ y = 3(x+1)(y+1) - 1$ , bármely  $x, y \in \mathbb{R}$ .

5p b) Határozd meg azokat az  $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  számpárokat, amelyekre  $(x^2 - 5) \circ (y^2 - 10) = -1$ .

5p c) Határozz meg két olyan  $a, b \in \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$  számot, amelyekre  $a \circ b \in \mathbb{N}$ .