

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
II. FELADAT (30p)

1. Az $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ halmazban adottak a $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ mátrixok

5p a) Számítsd ki $\det(A^2)$, ahol $A^2 = A \cdot A$.

5p b) Igazold, hogy $A^3 = 2^3 \begin{pmatrix} 14 & 13 \\ 13 & 14 \end{pmatrix}$, ahol $A^3 = A^2 \cdot A$.

5p c) Igazold, hogy az A mátrix teljesíti az $A^2 - 8A + 12I_2 = O_2$ összefüggést.

2. Adott az $f \in \mathbb{Z}_6[X]$, $f = X^3 + (\hat{2}a + \hat{1})X + a + \hat{4}$ polinom.

5p a) Igazold, hogy $b^3 = b$, bármely $b \in \mathbb{Z}_6$.

5p b) Számítsd ki $a \in \mathbb{Z}_6$, ha $f(\hat{2}) = \hat{0}$.

5p c) Bontsd fel az f polinomot $\mathbb{Z}_6[X]$ -ban irreducibilis tényezők szorzatára, ha $a = \hat{2}$.