

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Bărmely $x \in \mathbb{R}$ értékre tekintsük az $A_x = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix}$ és $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixokat.

5p a) Határozd meg az x azon értékeit, amelyekre teljesül $\det A_x = 0$.

5p b) Határozd meg az $x \in \mathbb{R}$ értékét úgy, hogy $A_x^2 = I_2$, ahol $A_x^2 = A_x \cdot A_x$.

5p c) Mutasd ki, hogy $A_x^2 = 2xA_x + (1-x^2) \cdot I_2$.

2. Adott az $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$ gyűrű, ahol $\mathbb{Z}_6 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}\}$.

5p a) Határozd meg az $f \in \mathbb{Z}_6[X]$, $f = (a^3 + \hat{5}a)X^2 + \hat{2}aX + \hat{4}$ polinom fokszámát az $a \in \mathbb{Z}_6$ értékeinek függvényében.

5p b) Számítsd ki az $f \in \mathbb{Z}_3[X]$, $f = X^3 + \hat{2}X^2 + \hat{2}X + \hat{1}$ polinomnak a $g \in \mathbb{Z}_3[X]$, $g = X + \hat{1}$ polinommal való osztási hányadosát és maradékát.

5p c) Számítsd ki $a, b \in \mathbb{Z}_3$, ha az $f \in \mathbb{Z}_3[X]$, $f = X^2 + aX + b$ polinom gyökei $\hat{1}$ és $\hat{2}$.