

II. FELADAT (30p)

1.

5p a) Számítsd ki a $\begin{vmatrix} \sqrt{2008}-1 & -1 \\ 1 & \sqrt{2008}+1 \end{vmatrix}$ determinánst.

5p b) Számítsd ki az $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_2 & x_1 \end{vmatrix}$ determinánst, ha x_1 és x_2 az $x^2 - 4x + 2 = 0$ egyenlet megoldásai.

5p c) Adottak az $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ és $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ mátrixok. Igazold, hogy $A^3 + A^2 + A = O_3$, ahol

$$A^2 = A \cdot A \text{ és } A^3 = A^2 \cdot A.$$

2. A valós számok halmazán adott az $x \circ y = 2xy - 8x - 8y + 36$ művelet.

5p a) Igazold, hogy $x \circ y = 2(x-4)(y-4) + 4$, bármely $x, y \in \mathbb{R}$.

5p b) Oldd meg az $x \circ x = 36$ egyenletet.

5p c) Számítsd ki $\sqrt{1} \circ \sqrt{2} \circ \sqrt{3} \circ \dots \circ \sqrt{2008}$, ha a „ \circ ” művelet asszociatív.