

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

II. FELADAT (30p)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ és $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok. Jelöljük $X^2 = X \cdot X$.

5p a) Számítsd ki AB .

5p b) Igazold, hogy $(A+B)^2 = (A-B)^2 = A^2 + B^2$.

5p c) Számítsd ki az $(A-B)^2$ mátrix inverzét.

2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = 3xy + 3x + 3y + 2$ műveletet.

5p a) Bizonyítsd be, hogy $x * y = 3(x+1)(y+1) - 1$, bármely $x, y \in \mathbb{R}$.

5p b) Határozd meg az $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ számpárokat, amelyekre $(x^2 - 2) * (y^2 - 5) = -1$.

5p c) Számítsd ki $(-2008) * (-2007) * \dots * (-1) * 0 * 1 * \dots * 2007 * 2008$, ha az adott művelet asszociatív.