

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar
II. FELADAT (30p)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol $x, y \in \mathbb{R}$.

5p a) Határozd meg az x valós számot úgy, hogy $A \cdot B = B \cdot A$.

5p b) Igazold, hogy $A^2 = 4(A - I_2)$, ahol $A^2 = A \cdot A$.

5p c) Határozd meg az a valós számot úgy, hogy $A^3 - aA^2 + 4A = O_2$, ahol $A^3 = A \cdot A \cdot A$.

2. Az \mathbb{R} halmazon értelmezzük az $x \circ y = x + y + 3$ és $x * y = xy - 3(x + y) + 12$ műveleteket.

5p a) Igazold, hogy $x * y = (x - 3)(y - 3) + 3$, bármely $x, y \in \mathbb{R}$.

5p b) Az \mathbb{R} halmazon oldd meg az $(x \circ (x + 1)) + (x * (x + 1)) = 11$ egyenletet.

5p c) Oldd meg az $\begin{cases} x \circ (y - 1) = 0 \\ (x + 1) * y = x * (y + 1) \end{cases}$, $x, y \in \mathbb{R}$ egyenletrendszert.