

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x + 4$ függvény.

- 5p** a) Határozzátok meg az $A = \{x \in \mathbb{R} / f'(x) > 0\}$ halmazt.
- 5p** b) Határozzátok meg azt a maximális hosszúságú $[a, b]$ intervallumot, amelyen az f függvény szigorúan csökkenő..
- 5p** c) Írjátok fel az f függvény grafikus képéhez a $(c, f(c))$ pontban húzott érintő egyenletét, tudva, hogy c az f függvény maximumpontja a $(-\infty, 0)$ intervallumon.
- 5p** d) Számítsátok ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xf'(x)}{f(x)}$ határértéket.
- 5p** e) Bizonyítsátok be, hogy az $f_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_1(x) = f(x) - 4$ függvény páratlan.
- 5p** f) Adjatok példát olyan $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{ax^2 + x}{bx^2 + x - 1}$, $a, b \in \mathbb{R}$ alakú függvényre, melynek az $y = -2$ egyenes aszimptotája a $-\infty$ felé. Indokoljátok meg a választásotokat.