EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

Adott az $f:(0,\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=\ln x$ függvény.

5p **a)** Bizonyítsátok be, hogy az f függvény szigorúan növekvő a $(0,\infty)$ intervallumon.

5p **b)** Bizonyítsátok be, hogy $f(x)>\frac{2(x-1)}{x+1},\forall x>1$ esetén.

5p **c)** Felhasználva esetleg a **b)** alpontot bizonyítsátok be, hogy bármely $x,y\in\mathbb{R}$, $0<x<y$ esetén teljesül a $\ln\frac{y}{x}>\frac{2(y-x)}{y+x}$ összefüggés.

5p **d)** Határozzátok meg azon x egész számokat, amelyekre $0\le f(x)<2$.

Adott a $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \mathrm{g}(x)=\begin{cases}3x+2, & x<0\\ x^2+mx+n, & x\ge 0\end{cases}$ függvény, ahol m és n valós paraméterek.

5p **e)** Számítsátok ki az l_1-l_2 különbséget, ahol $l_1=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3x+2}{x^2}$ és $l_2=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2+mx+n}{x^2}$, $m,n\in\mathbb{R}$.

5p **f)** Határozzátok meg azokat az m,n valós számokat amelyekre a g függvény folytonos $\mathbb{R}$-en.