EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

Adott az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x\cdot e^x$ függvény.

5p **a)** Számítsátok ki: $f'(x)$.

5p **b)** Bizonyítsátok be, hogy $f(x)<x^2+x, \forall x\in(-\infty,0)$ és $f(x)>x^2+x, \forall x\in(0,\infty)$ esetén.

5p **c)** Írjátok fel az f függvény grafikus képéhez a 0 abszcisszájú pontban húzott érintő egyenletét.

5p **d)** Számítsátok ki az $[MO]$ szakasz hosszát, ahol M az f függvény grafikus képének helyi minimumpontja, az O pont koordinátái pedig $(0,0)$.

5p **e)** Bizonyítsátok be, hogy bármely $x\in[-1,1]$ esetén teljesül a $-\frac{1}{e}\le f(x)\le e$ egyenlőtlenség.

Adott a $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=\begin{cases} x^2 & ,x\le 1 \\ mx+n & ,x>1 \end{cases}$ függvény, ahol m és n valós paraméterek.

5p **f)** Mutassátok ki, hogy a g függvény akkor és csak akkor folytonos $\mathbb{R}$-en, ha $m+n=1$.