

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

Adott az $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 2 - \frac{1}{x} - 2 \ln x$ függvény.

- 5p** a) Bizonyítsátok be, hogy $f'(x) \geq 0$, bármely $x \in (0, \infty)$ esetén.
- 5p** b) Bizonyítsátok be, hogy $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} \frac{f(x) - 2}{x - 1}$ természetes szám.
- 5p** c) Írjátok fel az f függvény grafikus képéhez az $x = e$ abszcisszájú ponban húzott t érintő egyenletét.

Adott a $h : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = \frac{x}{x+1}$ függvény.

- 5p** d) Határozzátok meg a h függvény grafikus képének aszimptotáit.
- 5p** e) Határozzátok meg h függvény monotonitási intervallumait.
- 5p** f) Bizonyítsátok be, hogy $\frac{x^2}{x^2 + 1} < \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2}, \forall x \in \mathbb{R}$ esetén.