

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{(ax)^2 + 5x - 7}{3x^2 + 3}$, $a \in \mathbb{R}$ függvény.

a) Határozzátok meg azokat az $a \in \mathbb{R}$ számokat, melyekre igaz a következő egyenlőség:

5p $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{2a - 1}{3}$.

5p b) Határozzátok meg az a valós paraméter azon értékeit, melyekre az $y = 3$ egyenletű egyenes az f függvény vízszintes aszimptotája a $+\infty$ -ben.

5p c) Határozzátok meg az f függvény előjelét, ha $a = 0$.

5p d) Ha $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x(x^2 + 1)f(x)$, mutassátok ki, hogy a $g'(x) = 0$ egyenletnek két valós megoldása van bármely $a \in \mathbb{R}$ esetén.

5p e) Számítsátok ki az f függvény deriváltját, ha $a = 0$.

5p f) Ha $a = 0$, igazoljátok, hogy az f függvénynek két szélsőérték-pontja van.