

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 - 5x + 1) \cdot e^x$ függvény.

- 5p** a) Mutassátok ki, hogy az $A = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \leq e^x\}$ halmaz korlátos.
- 5p** b) Számítsátok ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{(2x^2 + 3)e^x}$ határértéket.
- 5p** c) Határozzátok meg a $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = e^{-x} f(x) - 1$ függvény előjelét.
- 5p** d) Számítsátok ki az f függvény deriváltját.
- 5p** e) Igazoljátok, hogy bármely $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 4\}$ esetén teljesül a következő egyenlőség:
$$\frac{e^x}{f'(x)} = \frac{1}{5} \left(\frac{1}{x-4} - \frac{1}{x+1} \right).$$
- 5p** f) Határozzátok meg az f függvény szélsőérték-pontjait.