

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

Adott az $a \in \mathbb{R}$ szám és az $f, g : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 - ax) \cdot \ln x$, $g(x) = (x^2 + ax) \cdot \ln x$ függvények.

5p a) Számítsátok ki a $\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) + g(x))$ határértéket.

5p b) Ha $a = e$, számítsátok ki a $\lim_{x \rightarrow 2e} \frac{f(x)}{g(x)}$ határértéket.

5p c) Határozzátok meg az $a \in \mathbb{R}$ paramétert úgy, hogy az $y - x + 3 = 0$ egyenletű egyenes a

$h : (0, \infty) \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = \frac{f(x)}{(x+1)\ln x}$ függvény aszimptotája legyen a $+\infty$ -ben.

5p d) Oldjátok meg az $f'(a) = 0$ egyenletet, ahol $a > 0$.

5p e) Ha $a = 0$, tanulmányozzátok az f függvény előjelét.

5p f) Ha $a = 27$, határozzátok meg a $t : (0, \infty) \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $t(x) = \frac{f(x)}{\ln x}$ függvény minimumát.