

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

Adottak a következő függvények: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g: \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $g(x) = \frac{x^2 + x + 1}{2x + 1}$,
 $a, b \in \mathbb{R}$.

- 5p** a) Számítsátok ki a $\lim_{x \rightarrow -2} (g(x) - 2x)$ határértéket.
- 5p** b) Oldjátok meg a $g'(x) = \frac{1}{3}$ egyenletet.
- 5p** c) Határozzátok meg az a és b valós paramétereket úgy, hogy a $[(2x+1) \cdot g(x)]' = f(x)$ egyenlőség teljesüljön, bármely $x \in \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}$ értékre.
- 5p** d) Határozzátok meg a $h: (-\frac{1}{2}, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = x + g(x)$ függvény monotonitási intervallumait.
- 5p** e) Bizonyítsátok be, hogy ha $a = 1$ és $b = 0$, akkor a $h_1: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h_1(x) = \begin{cases} g(x), & x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \\ f(x), & x \in [-1, 1] \end{cases}$ függvény folytonos.
- 5p** f) Határozzátok meg az a és b valós paraméterek értékeit úgy, hogy az f függvény grafikus képe a g függvény grafikus képének aszimptotája legyen a $+\infty$ -ben.