

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

Adottak a következő függvények:  $f, g : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$ ,  $g(x) = \frac{1}{x+1}$ .

- 5p** a) Bizonyítsátok be, hogy a  $g$  függvénynek nincs határértéke az  $x_0 = -1$  pontban.
- 5p** b) Bizonyítsátok be, hogy az  $f$  és  $g$  függvények grafikus képeinek ugyanazok az aszimptotái.
- 5p** c) Számítsátok ki a  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-1}{g(x)-1}$  határértéket.
- 5p** d) Igazoljátok a  $g'(x) + f(x) = 0$ ,  $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$  egyenlőséget.
- 5p** e) Tanulmányozzátok a  $h : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h(x) = \begin{cases} f(x), & x < -1 \\ g(x), & x > -1 \end{cases}$  függvény határértékének létezését az  $x_0 = -1$  pontban.
- 5p** f) Tanulmányozzátok a  $h_1 : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h_1(x) = f(x) - g(x)$  függvény monotonitását.