

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 - 3x + 2$  függvény.

- 5p** a) Igazoljátok, hogy a  $V = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) < x^3\}$  halmaz az  $x = 4$  környezete.
- 5p** b) Számítsátok ki az  $l = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - x^3 + 1}{x - 1}$  határértéket.
- 5p** c) Határozzátok meg a  $h : \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h(x) = \frac{f(x) - x^3}{x^2 - 1}$  függvény grafikus képének aszimptotáit.
- 5p** d) Határozzátok meg az  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid f'(x) = 0\}$  halmazt.
- 5p** e) Bizonyítsátok be, hogy  $\frac{3}{f'(x)} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$  esetén.
- 5p** f) Számítsátok ki a  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \left( \frac{1}{f'(x)} + \frac{1}{f'(x+1)} + \frac{1}{f'(x+2)} + \dots + \frac{1}{f'(x+10)} \right)$  határértéket.