

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

Adott az  $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$  függvény.

- 5p** a) Határozzátok meg az  $a \in \mathbb{R}$  azon értékét, amelyre  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{x+a} = \frac{1}{3}$ .
- 5p** b) Számítsátok ki a  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{f(x)}$  határértéket.
- 5p** c) Igazoljátok az  $f'(x) = 1 - \frac{1}{(x+1)^2}$ ,  $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$  egyenlőséget.
- 5p** d) Oldjátok meg az  $f'(x) = \frac{3}{4}$  egyenletet.
- 5p** e) Tanulmányozzátok az  $f$  függvény monotonitását a  $(-1, \infty)$  intervallumon.
- 5p** f) Számítsátok ki a következő összeget:  $S = f'(2^1 - 1) + f'(2^2 - 1) + f'(2^3 - 1) + \dots + f'(2^{10} - 1)$ .