

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

Adott az $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$ függvény.

- 5p** a) Határozzátok meg az f függvény grafikus képének függőleges aszimptotáját.
- 5p** b) Számítsátok ki: $f'(x), \forall x \in (0, +\infty)$.
- 5p** c) Bizonyítsátok be, hogy $x^2 f'(x) - 2xf(x) = 3, \forall x \in (0, +\infty)$ esetén.
- 5p** d) Tanulmányozzátok az f függvény monotonitását, ha $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** e) Számítsátok ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} f(e^{-x})$ határértéket.
- 5p** f) Határozzátok meg az $\alpha \in \mathbb{R}$ értékét, tudva, hogy a $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \begin{cases} 2\alpha x + 1, & x \leq 1 \\ \alpha x^2 + 3\alpha x, & x > 1 \end{cases}$ függvény folytonos az $x = 1$ pontban.