

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

Adott az $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$ függvény.

- 5p** a) Számítsátok ki: $f'(x), \forall x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Határozzátok meg az $x = e$ pontban az f függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét.
- 5p** c) Bizonyítsátok be, hogy: $f(e) + f\left(\frac{1}{e}\right) > 2$.
- 5p** d) Tanulmányozzátok az f függvény monotonitását.
- 5p** e) Számítsátok ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} [(x+1)(f(x) - \ln x)]$ határértéket.
- 5p** f) Határozzátok meg az $\alpha \in \mathbb{R}$ értékét tudva, hogy a $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \begin{cases} \alpha^2 x + 1, & x \geq 1 \\ 3\alpha x + 11, & x < 1 \end{cases}$ függvény folytonos az $x = 1$ pontban.