

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

Adott az $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \ln x$ függvény.

- 5p** a) Számítsátok ki: $f'(x)$, $\forall x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Mutassátok ki, hogy az f függvény szigorúan növekvő a $(0, +\infty)$ intervallumon.
- 5p** c) Számítsátok ki a $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ határértéket.
- 5p** d) Határozzátok meg az $x = 1$ pontban az f függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét.
- 5p** e) Számítsátok ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x+1) - f(x)]$ határértéket.
- 5p** f) Határozzátok meg az $a, b \in \mathbb{R}$ paraméterek értékét úgy, hogy teljesüljön a $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x + 1} - ax - b \right) = 0$ egyenlőség.