

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

Adott az  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - e \ln x$  függvény.

- 5p** a) Számítsátok ki:  $f'(x), \forall x \in (0, +\infty)$ .
- 5p** b) Számítsátok ki a  $\lim_{x \rightarrow e} \frac{f(x) - f(e)}{x - e}$  határértéket.
- 5p** c) Tanulmányozzátok az  $f$  függvény monotonitását.
- 5p** d) Mutassátok ki, hogy  $f(x) \geq 0, \forall x \in (0, +\infty)$  esetén.
- 5p** e) Bizonyítsátok be, hogy teljesül a következő egyenlőtlenség:  $e^x \geq x^e, \forall x \in (0, +\infty)$  esetén.
- 5p** f) Mutassátok ki, hogy az  $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{-x^2 + 3x + 10}{x^2 - x + 4} \geq 0 \right\}$  halmaz korlátos.