

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{1+|x|}$  függvény.

- 5p** a) Mutassátok ki, hogy  $f$  páratlan függvény.
- 5p** b) Határozzátok meg az  $f$  függvény grafikus képe aszimptotáinak számát.
- 5p** c) Adjatok példát olyan  $f$  függvényre, amely folytonos  $\mathbb{R}$ -en és deriválható  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ -n, majd indokoljátok meg a választásotokat.
- 5p** d) Mutassátok ki, hogy:  $f'(x) = \frac{1}{(1+x)^2}, \forall x \in [0, \infty)$  és  $f'(x) = \frac{1}{(1-x)^2}, \forall x \in (-\infty, 0)$ .
- 5p** e) Bizonyítsátok be, hogy az  $f$  függvény szigorúan növekvő  $\mathbb{R}$ -en.
- 5p** f) Felhasználva esetleg az e) pontot bizonyítsátok be, hogy:  $\frac{|a+b|}{1+|a+b|} \leq \frac{|a|}{1+|a|} + \frac{|b|}{1+|b|}, \forall a, b \in \mathbb{R}$ .