

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$  függvény.

- 5p** a) Határozzátok meg azokat a pontokat, amelyekben az  $f$  függvény grafikus képe metszi az  $Ox$  tengelyt.
- 5p** b) Mutassátok ki, hogy az  $f'$  függvénynek két valós gyöke van,  $x_1 \in (1,2)$  és  $x_2 \in (2,3)$ .
- 5p** c) Igazoljátok a következő azonosságot:  $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-3}$ , bármely  $x \in \mathbb{R} \setminus \{1,2,3\}$  esetén.
- 5p** d) Mutassátok ki, hogy
- $$\frac{(f'(x))' f(x) - (f'(x))^2}{f^2(x)} = - \left[ \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-2)^2} + \frac{1}{(x-3)^2} \right], \text{ bármely } x \in \mathbb{R} \setminus \{1,2,3\} \text{ esetén.}$$
- 5p** e) Határozzátok meg a  $g : \mathbb{R} \setminus \{1,2,3\} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{1}{f(x)}$  függvény grafikus képének aszimptotáit.
- 5p** f) Mutassátok ki, hogy  $(f'(x))^2 > f(x)(f'(x))'$ , bármely  $x \in \mathbb{R} \setminus \{1,2,3\}$  esetén.