

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

Adott az  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x}{x^4 + x^2 + 1}$  és  $g(x) = \frac{1}{x^2 - x + 1}$  függvény.

- 5p** a) Mutassátok ki, hogy  $f(x) = g(x) - g(x+1)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$  esetén.
- 5p** b) Számítsátok ki a  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 + 1)g(x)$  határértéket.
- 5p** c) Számítsátok ki:  $g'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** d) Határozzátok meg az  $A = \{y \in \mathbb{R} \mid \exists x \in \mathbb{R}, g(x) = y\}$  halmazt.
- 5p** e) Számítsátok ki:  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** f) Számítsátok ki az  $f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2009)$  összeget.