

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

Adott az  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln x - \sqrt{x}$  függvény.

- 5p** a) Mutassátok ki, hogy:  $f(e^2) < 0$ .
- 5p** b) Határozzátok meg az  $f$  függvény grafikus képe függőleges aszimptotájának egyenletét..
- 5p** c) Számítsátok ki:  $f'(x), x \in (0, \infty)$ .
- 5p** d) Az  $A(e^2, 2 - e)$  pont az  $f$  függvény grafikus képén van. Határozzátok meg az  $A(e^2, 2 - e)$  pontban az  $f$  függvény grafikus képehez húzott érintő egyenletét.
- 5p** e) Tudva, hogy  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} = 0$ , számítsátok ki a  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  határértéket.
- 5p** f) Bizonyítsátok be, hogy  $f(x) \leq 2 \ln \frac{2}{e}, \forall x \in (0, \infty)$  esetén.