

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

Adottak az  $f, g : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^3}{3} - \ln x$ ,  $g(x) = xf'(x)$  függvények.

**5p** a) Számítsátok ki:  $f'(x), x \in (0, \infty)$ .

**5p** b) Igazoljátok, hogy a  $g$  függvény növekvő a  $(0, \infty)$  intervallumon.

**5p** c) Tanulmányozzátok az  $f$  függvény grafikus képéhez húzható függőleges aszimptota létezését.

**5p** d) Tanulmányozzátok a  $h : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h(x) = \begin{cases} f(x) - \frac{1}{3}, & x \in (0, 1) \\ g(x), & x \in [1, \infty) \end{cases}$  függvény folytonosságát az  $x_0 = 1$

pontban.

**5p** e) Mutassátok ki, hogy:  $\{f(x) \mid x > 0\} = \left[ \frac{1}{3}, \infty \right)$

**5p** f) Oldjátok meg a  $(0, \infty)$  intervallumon az  $f(x) = \frac{1}{3}$  egyenletet.