

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009**

**II. FELADAT (30p)**

Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$  függvény.

- 5p** a) Mutassátok ki, hogy az  $f$  páratlan függvény.
- 5p** b) Határozzátok meg az  $f$  függvény grafikus képe aszimptotáinak számát.
- 5p** c) Tanulmányozzátok a  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{f(x)}$  határérték létezését.
- 5p** d) Mutassátok ki, hogy  $f'(x) = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$ , bármely  $x \in \mathbb{R}$  esetén.
- 5p** e) Határozzátok meg az  $f$  függvény monotonitását az  $(1, \infty)$  intervallumon.
- 5p** f) Bizonyítsátok be, hogy  $-\frac{1}{2} \leq f(x) \leq \frac{1}{2}$ , bármely  $x \in \mathbb{R}$  esetén.