

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2009

II. FELADAT (30p)

Adott az $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{x}$ függvény.

5p a) Számítsátok ki: $f'(x)$, $x \in (0, \infty)$.

5p b) Határozzátok meg az f függvény grafikus képe aszimptotáinak számát.

5p c) Számítsátok ki a $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)+1}{x-1}$ határértéket.

5p d) Mutassátok ki, hogy létezik $c \in (1, \sqrt{2})$ úgy, hogy teljesüljön az $\frac{f(\sqrt{2}) - f(1)}{\sqrt{2} - 1} = f'(c)$ egyenlőség.

5p e) Mutassátok ki, hogy f' egy szigorúan növekvő függvény a $(0, \infty)$ intervallumon.

5p f) Bizonyítsátok be, hogy $f\left(\frac{a+b}{2}\right) \leq \max\{f(a), f(b)\}$, bármely $a, b \in (0, \infty)$ esetén.