

**III. FELADAT (30p)**

- 5p** a) Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 6$  függvény. Határozzátok meg az  $a$  valós számot úgy, hogy az  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = x^2 + 3ax + 5$  függvény az  $f$  függvénynek egy primitívje legyen.
- 5p** b) Számítsátok ki  $\int_1^4 (2x - 1 + \sqrt{x}) dx$ .
- 5p** c) Számítsátok ki az  $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 1$  függvény grafikus képének az  $Ox$  tengely körüli forgatásából származó test térfogatát.
- 5p** d) Mutassátok ki, hogy  $x^2 + 4 \leq 5x$ , bármely  $x \in [1, 4]$  esetén.
- 5p** e) Felhasználva esetleg a **d)** pontban lévő egyenlőtlenséget, mutassátok ki, hogy  $\int_1^4 \frac{1}{x^2 + 4} dx \geq \frac{\ln 4}{5}$ .
- 5p** f) Határozzátok meg az  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$  függvény grafikus képe és az  $Ox$  tengely által határolt síkrész területét.