

III. FELADAT (30p)

- 5p** a) Határozzátok meg az a, b valós számokat úgy, hogy $\frac{4x^3 - 2x^2 + 3x + 1}{x} = 4x^2 + ax + 3b + \frac{1}{x}$, bármely $x \in (0, +\infty)$ esetén.
- 5p** b) Adott az $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{4x^3 - 2x^2 + 3x + 1}{x}$ függvény. Számítsátok ki $\int f(x) dx$.
- 5p** c) Határozzátok meg az n természetes számot úgy, hogy $\int_0^n (x-1) dx = \frac{3}{2}$.
- 5p** d) Számítsátok ki az $f : [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$ függvény grafikus képének az Ox tengely körüli forgatásából származó test térfogatát.
- 5p** e) Számítsátok ki $\int_0^2 |e^x - e| dx$.
- 5p** f) Mutassátok ki, hogy $\int_0^1 (x^2 - x)e^x dx \geq \int_0^1 (x-1)e^x dx$.