

III. FELADAT (30p)

- 5p** a) Mutassátok ki, hogy $x + \frac{1}{x} \geq 2$, bármely $x \in (0, +\infty)$ esetén.
- 5p** b) Határozzátok meg azt a legnagyobb n természetes számot, amelyre $\int_0^n (2x-1)dx < 7$.
- 5p** c) Határozzátok meg az $f: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x^2 - 2x + 1$ függvény grafikus képe és az Ox tengely által határolt síkrész területét.
- 5p** d) Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2x + \sqrt{x}}{x\sqrt{x}}$ függvény. Határozzátok meg az f függvénynek egy olyan $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, primitívjét, amelynek grafikus képe tartalmazza az $M(1, 4)$ pontot.
- 5p** e) Felhasználva esetleg az a) pontban lévő egyenlőtlenséget, mutassátok ki, hogy $\ln 2 > \frac{1}{2}$.
- 5p** f) Számítsátok ki $\int_{-1}^1 (x + |x|)e^x dx$.