

**III. FELADAT (30p)**

- 5p** a) Mutassátok ki, hogy  $\sqrt{x} \leq \frac{x+1}{2}$ , bármely  $x \in [0, +\infty)$  esetén .
- 5p** b) Adott az  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2+x^3}{x} - \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}$  függvény. Számítsátok ki :  $\int f(x)dx$  .
- 5p** c) Számítsátok ki a  $g : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 2x - 1$  függvény grafikus képe nek az  $Ox$  tengely körüli forgatásából származó test térfogatát.
- 5p** d) Mutassátok ki, hogy  $\int_{\frac{1}{2}}^a (x-1)dx \geq -\frac{1}{8}$ , bármely  $a \in \mathbb{R}$  esetén.
- 5p** e) Felhasználva esetleg az a) pontban levő egyenlőtlenséget, mutassátok ki, hogy  $\int_1^2 \sqrt{x}dx \leq \frac{5}{4}$  .
- 5p** f) Határozzátok meg a  $h : [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = x - 2$  függvény grafikus képe és az  $Ox$  tengely által határolt síkrész területét.