

**III. FELADATSOR (30p)**

- 5p** a) Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 2x - 1$  függvény. Határozzátok meg az  $a$  valós számot úgy, hogy az  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = \frac{x^3}{3} + (a+2)x^2 - x + 2$  az  $f$  függvénynek egy primitívje legyen.
- 5p** b) Számítsátok ki  $\int_1^2 (1 - x^2 + \frac{1}{2x}) dx$ .
- 5p** c) Számítsátok ki az  $f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + \frac{1}{2}$  függvény grafikus képének az  $Ox$  tengely körüli forgatásából származó test térfogatát.
- 5p** d) Mutassátok ki, hogy  $x^2 + 6 \leq 5x$ , bármely  $x \in [2,3]$  esetén.
- 5p** e) Felhasználva esetleg a **d)** pontban lévő egyenlőtlenséget, mutassátok ki, hogy  $\int_2^3 \frac{1}{x^2 + 6} dx \geq \frac{1}{5} \ln \frac{3}{2}$ .
- 5p** f) Határozzátok meg az  $f: [1,3] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 3$  függvény grafikus képe és az  $Ox$  tengely által határolt síkrész területét.