

**III. FELADAT (30p)**

- 5p** a) Határozzátok meg az  $a$  és  $b$  valós számokat úgy, hogy  $\frac{x^2\sqrt{x} - x\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} = x^2 + (a-1)x + \frac{b}{\sqrt{x}}$ , bármely  $x \in (0, +\infty)$  esetén.
- 5p** b) Adott az  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2\sqrt{x} - x\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$  függvény. Számítsátok ki  $\int f(x)dx$ .
- 5p** c) Határozzátok meg az  $m, n$  nullától különböző természetes számokat úgy, hogy  $\int_m^n (2x-1)dx = 2$ .
- 5p** d) Számítsátok ki az  $f : [1, 9] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3 - \frac{2}{\sqrt{x}}$  függvény grafikus képének az  $Ox$  tengely körüli forgatásából származó test térfogatát.
- 5p** e) Számítsátok ki  $\int_1^3 |3^x - 9| dx$ .
- 5p** f) Mutassátok ki, hogy  $\int_1^e (x^2 + 1) \ln x dx \geq \int_1^e x \ln x dx$ .