

III. FELADAT (30p)

- 5p** a) Adott az $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ függvény. Határozzátok meg az f függvénynek egy olyan $F : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ primitívjét, melynek grafikus képe tartalmazza az $M(1, \frac{1}{2})$ pontot.
- 5p** b) Számítsátok ki az $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - x$ függvény grafikus képének az Ox tengely körüli forgatásából származó test térfogatát.
- 5p** c) Határozzátok meg az $f : [1, e] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x}$ függvény grafikus képe és az Ox tengely által határolt síkrész területét.
- 5p** d) Számítsátok ki $\int_{-1}^2 (x^2 - x|x|) dx$.
- 5p** e) Mutassátok ki, hogy $2 - 3x \leq \frac{4}{2 + 3x} \leq 4 - 6x + 9x^2$, bármely $x \in [0, +\infty)$ esetén.
- 5p** f) Felhasználva esetleg az e) pontban levő egyenlőtlenséget, mutassátok ki, hogy $\frac{1}{8} \leq \int_0^1 \frac{1}{2 + 3x} dx \leq 1$.