

III. FELADAT (30p)

- 5p** a) Mutassátok ki, hogy $\sqrt{x} \geq 2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$, bármely $x \in (0, +\infty)$ esetén.
- 5p** b) Számítsátok ki $\int_0^1 (2^x + \frac{3}{2}x^2 + x - 1) dx$.
- 5p** c) Számítsátok ki az $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x\sqrt{x} + \sqrt{x}$ függvény grafikus képe az Ox tengely körüli forgatásából származó test térfogatát.
- 5p** d) Adott az $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ függvény. Határozzátok meg az a, b, c valós számokat úgy, hogy az $F_1, F_2 : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F_1(x) = 2x^3 + ax^2 - 3x + 4$, $F_2(x) = 2x^3 - 3x^2 + bx \ln x + cx + 1$ függvények az f függvény primitív függvényei legyenek.
- 5p** e) Felhasználva esetleg az a) pontban lévő egyenlőtlenséget, mutassátok ki, hogy $\int_1^4 \sqrt{x} dx \geq 4$.
- 5p** f) Számítsátok ki $\int_1^e \frac{\ln x}{2\sqrt{x}} dx$.