

III. FELADAT (30p)

- 5p** a) Mutassátok ki, hogy $\frac{x}{x + \frac{2}{3}} \leq \frac{3x+2}{8}$, bármely $x \in [0, +\infty)$ esetén.
- 5p** b) Adott az $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{3}{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{2x-1}{2}$ függvény. Számítsátok ki: $\int f(x) dx$.
- 5p** c) Számítsátok ki az $f : [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 - |x|$ függvény grafikus képének az Ox tengely körüli forgatásából származó test térfogatát.
- 5p** d) Határozzátok meg az a valós számot úgy, hogy $\int_a^{a+1} (3x^2 - 1) dx = 6$.
- 5p** e) Felhasználva esetleg az a) pontban lévő egyenlőtlenséget mutassátok ki, hogy $\int_1^2 \frac{x}{x + \frac{2}{3}} dx \leq \frac{13}{16}$.
- 5p** f) Határozzátok meg az $f : [1, e] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x-1) \ln x$ függvény grafikus képe és az Ox tengely által határolt síkrész területét.