

III. FELADAT (30p)

- 5p** a) Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2x + 3$ függvény. Határozzátok meg az a valós számot, amelyre az $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3ax + 2$ függvény az f függvénynek egy primitívje lesz.
- 5p** b) Számítsátok ki $\int_1^2 \left(\frac{1}{x} - x - 1\right) dx$.
- 5p** c) Számítsátok ki az $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 2$ függvény grafikus képének az Ox tengely körüli forgatásából származó test térfogatát.
- 5p** d) Mutassátok ki, hogy $x^2 + 5 \leq 6x$, bármely $x \in [1,5]$ esetén.
- 5p** e) Felhasználva esetleg az **d)** pontban lévő egyenlőtlenséget, mutassátok ki, hogy $\int_1^e \frac{1}{x^2 + 5} dx \geq \frac{1}{6}$.
- 5p** f) Határozzátok meg az $f : [1,3] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 4$ függvény grafikus képe és az Ox tengely által határolt síkrész területét.