

III. FELADAT (30p)

- 5p** a) Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -3x^2 + 2x - 2$ függvény. Határozzátok meg az f függvénynek egy olyan $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ primitív függvényét, amelynek grafikus képe tartalmazza az $M(1, 2)$ pontot.
- 5p** b) Határozzátok meg az $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + x + 1$ függvény grafikus képe és az Ox tengely által határolt síkrész területét.
- 5p** c) Számítsátok ki az $f : [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2 + \frac{1}{\sqrt{x}}$ függvény grafikus képének az Ox tengely körüli forgatásából származó test térfogatát.
- 5p** d) Mutassátok ki, hogy $1 - 2x \leq \frac{1}{1 + 2x} \leq 1 - 2x + 4x^2$ bármely $x \in [0, +\infty)$ esetén.
- 5p** e) Felhasználva esetleg az **d)** pontban lévő egyenlőtlenséget, mutassátok ki, hogy $0 \leq \int_0^1 \frac{1}{1 + 2x} dx \leq \frac{4}{3}$.
- 5p** f) Számítsátok ki $\int_{-1}^1 (1 - 2|x|)e^x dx$.