

III. FELADATSOR (30p)

- 5p** a) Mutassátok ki, hogy $\frac{1}{4x^2+9} \leq \frac{1}{12x}$ bármely $x \in (0, +\infty)$ esetén.
- 5p** b) Számítsátok ki $\int_0^1 (2 - 2x + 3x^2) dx$.
- 5p** c) Számítsátok ki az $f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$ függvény grafikus képének az Ox tengely körüli forgatásából származó test térfogatát.
- 5p** d) Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény. Határozzátok meg az a, b valós számokat úgy, hogy az $F_1, F_2: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F_1(x) = -2x^3 + 2x^2 + bx + 1$, $F_2(x) = -2x^3 + (a-2)x^2 + 3x + 3$ függvények az f függvény primitívjei legyenek.
- 5p** e) Felhasználva esetleg az a) pontban lévő egyenlőtlenséget, mutassátok ki, hogy $\int_1^2 \frac{1}{4x^2+9} dx \leq \frac{1}{12} \ln 2$.
- 5p** f) Számítsátok ki $\int_0^n \left| x - \frac{n}{2} \right| dx$, $n \in \mathbb{N}^*$.