

III.FELADAT (30p)

- 5p** a) Mutassátok ki, hogy $\frac{1}{x+1} \leq \frac{1}{2\sqrt{x}}$ bármely $x \in (0, +\infty)$ esetén.
- 5p** b) Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 - 3x^2 - \frac{2x+2}{3}$ függvény. Számítsátok ki $\int f(x)dx$.
- 5p** c) Számítsátok ki az $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 3$ függvény grafikus képének az Ox tengely körüli forgatásából származó test térfogatát.
- 5p** d) Határozzátok meg az x valós értékeit, amelyre $\int_0^x (2t-1)dt \geq \int_0^1 6dt$.
- 5p** e) Felhasználva esetleg az a) pontban lévő egyenlőtlenséget, mutassátok ki, hogy $\int_1^4 \frac{1}{x+1} dx \leq 1$.
- 5p** f) Határozzátok meg az $f : [0,2] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 1 - x$ függvény grafikus képe és az Ox tengely által határolt síkrész területét.