

III. FELADAT (30p)

- 5p** a) Mutassátok ki, hogy $2x + \frac{1}{2x+3} \geq -1$ bármely $x \in [-1, +\infty)$ esetén.
- 5p** b) Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x-1)(2x-3)$ függvény. Számítsátok ki $\int f(x) dx$.
- 5p** c) Számítsátok ki az $f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x\sqrt{3} + \sqrt{2}$ függvény grafikus képének az Ox tengely körüli forgatásából származó test térfogatát.
- 5p** d) Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2x - 3$ függvény. Mutassátok ki, hogy az $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = \int_{-1}^x f(t) dt, \forall x \in \mathbb{R}$, függvény, az f függvénynek egy primitív függvénye.
- 5p** e) Felhasználva esetleg az a) pontban lévő egyenlőtlenséget, mutassátok ki, hogy $\int_{-1}^{-\frac{1}{2}} \frac{1}{2x+3} dx \geq \frac{1}{4}$.
- 5p** f) Számítsátok ki $\int_0^2 |x^2 - 1| dx$.