

III. FELADAT (30p)

- 5p** a) Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -2x + 2$ függvény. Határozzátok meg az a, b valós számokat úgy, hogy az $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = ax^2 + bx + 2$ függvény az f függvénynek egy primitívje legyen.
- 5p** b) Számítsátok ki $\int_0^1 (2x - 3^x) dx$.
- 5p** c) Számítsátok ki az $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x\sqrt{x} - \sqrt{x}$ függvény grafikus képének az Ox tengely körüli forgatásából származó test térfogatát.
- 5p** d) Mutassátok ki, hogy $x^2 + 8 \leq 6x$, bármely $x \in [2,4]$ esetén.
- 5p** e) Felhasználva esetleg az **d)** pontban lévő egyenlőtlenséget, mutassátok ki, hogy $\int_2^4 \frac{1}{x^2 + 8} dx \geq \frac{\ln 2}{6}$.
- 5p** f) Határozzátok meg az $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$ függvény grafikus képe és az Ox tengely által határolt síkrész területét.